Modèle scalaire de la lumière

L'optique géométrique étudiée en première année est un modèle puissant de prédiction pour la formation des images par un système optique. Cependant, les expériences des phénomènes d'interférences et de diffraction de la lumière restent inexplicables par l'optique géométrique. Par ailleurs, le cours sur les ondes électromagnétiques, plus tard dans l'année, justifiera le modèle ondulatoire de la lumière. On va donc dans ce chapitre, et les suivants, utiliser ce caractère ondulatoire pour modéliser et comprendre les phénomènes d'interférences en utilisant un modèle scalaire de la propagation des ondes lumineuses (par opposition au modèle vectoriel des ondes EM qui sera présenté dans le cours d'électromagnétisme).

I Description de la lumière en terme d'ondes scalaires

I.1 Ondes lumineuses

Généralités Les ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques situées dans le domaine visible, même si les concepts des prochains chapitres s'appliquent aussi aux ondes dont la fréquence/longueur d'onde dans le vide se situe dans les domaines infrarouge et ultraviolet. Les ondes électromagnétiques se propagent dans le vide à la célérité $c = 299\,792\,458\,m \cdot s^{-1}$ et recouvrent les domaines suivants

- de $400 \leqslant \lambda_0 \leqslant 800\,nm$ en longueur d'onde dans le vide,
- de $2.7 \cdot 10^{14}\,Hz \leqslant \nu \leqslant 7.5 \cdot 10^{14}\,Hz$ en fréquence (les fréquences mises en jeu sont donc très élevées).

Ces ordres de grandeur sont à connaitre absolument.

Propagation On montrera dans le chapitre sur les ondes EM que les les ondes EM satisfont à une équation dite de propagation, appelée équation de d'Alembert. Pour ce qui nous concerne ici, il est important de noter que des fonctions sinusoïdales $s(M,t)$ (appelée **onde lumineuse**) sont des solutions de cette équation propagation.

I.2 Propriétés de l'onde scalaire

Au point source S de l'onde lumineuse placé à l'origine du repère, on imagine une source ponctuelle émettant une onde lumineuse monochromatique de pulsation ω

$$s(S,t) = s_0 \cos(\omega t + \varphi_0)$$

où φ_0 est la phase (arbitraire) à l'origine. On peut montrer que pour une source ponctuelle, l'onde émise, compte tenu des symétries du problème, est une onde sphérique, dont l'expression est donnée par

$$s(M,t) = \frac{s_0}{r} \cos(\omega t - \varphi_{SM} + \varphi_0)$$

où

- φ_{SM} est le **déphasage** au point M lié à la propagation de l'onde entre la source S (et de manière générale n'importe quel point) et le point M,
- l'argument de la fonction périodique $\Phi(M) = \omega t - \varphi_{SM} + \varphi_0$ est la phase de l'onde (voir première année).

La décroissance de l'amplitude en $1/r$ est liée à des considérations énergétiques. On peut mettre ω en facteur dans l'expression de la phase $\Phi(M) = \omega(t - \varphi_{SM}/\omega) + \varphi_0$ et la quantité $\tau = \varphi_{SM}/\omega$ est le **retard** de l'onde en M, homogène à un temps : la phase de l'onde est la même en M à l'instant t qu'en S à l'instant $t - \tau$

$$s(S, t-\tau) = s_0 \cos(\omega(t-\tau) + \varphi_0) = s(M,t)$$

On peut alors exprimer le retard en fonction de la distance SM. Ce retard est donc de la forme

$$\tau = \frac{SM}{v} = n\frac{SM}{c} = n\frac{r}{c}$$

où SM est la distance parcourue dans le milieu homogène, v la vitesse de propagation de la lumière dans le milieu, n l'indice de réfraction du milieu de propagation et c la vitesse de propagation de la lumière dans le vide. On a alors

$$\varphi_{SM} = n\frac{\omega r}{c}$$

Or pour une onde monochromatique dans un milieu transparent d'indice n, i.e sans absorption, le nombre d'onde k est donné par (voir cours d'électromagnétisme pour la démonstration)

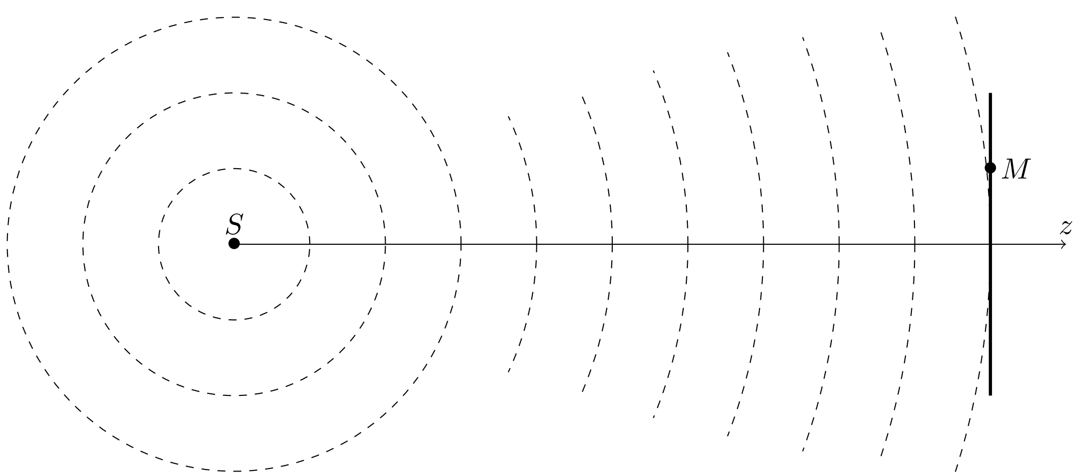
$$k = \frac{\omega}{v} = n\frac{\omega}{c}$$

ce qui permet d'obtenir l'expression de la phase

$$\Phi(M) = \omega t - kr + \varphi_0$$

On retrouve une forme analogue pour la phase à celle vue en première année. Cette onde est appelée onde sphérique car la phase est constante, à t constant, pour une valeur de r constante, ce qui définit une sphère dans l'espace.

Loin de la source, on admet, dessin à l'appui, que la surface d'onde (en pointillé) est un plan :



L'expression retenue est alors celle de l'onde plane progressive monochromatique (scalaire)

$$s(M,t) = s_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0) \ ou \ \underline{s}(M,t) = s_0 \exp(i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r} + \varphi_0))$$

où $\vec{k} = 2\pi/\lambda\,\vec{u}$ est le vecteur d'onde et $\vec{u}$ la direction de propagation de l'onde. Le terme $\vec{k}\cdot\vec{r}$ est la forme générale du déphasage de l'onde entre S et M et se simplifie dans le cas d'une propagation selon l'un des axes du système de coordonnées cartésien $\vec{k} = k\vec{e}_x$ en kx (voir programme de première année).

Remarques :

- l'onde lumineuse $s(M,t)$ ne s'identifie pas à une des composantes particulière du champ électromagnétique. Par contre, les surfaces d'ondes (lieu où la valeur du champ est la même à t fixé) de $\overrightarrow{E}$, $\overrightarrow{B}$ et s sont les mêmes, donc la phase de s va varier de la même manière que celle des composantes du champ électromagnétique.
- on utilise une forme d'onde monochromatique en raison des résultats de l'analyse de Fourier qui démontre que toute fonction périodique peut se mettre sous la forme d'un développement en série de Fourier.

II Chemin optique, déphasage, théorème de Malus

II.1 Chemin optique

Par définition, le chemin optique $\mathcal{L}_{AB}$ entre deux points reliés par un arc de courbe AB est la grandeur définie par

$$\mathcal{L}_{AB} = \int_{AB} n\, ds$$

où s est l'abscisse curviligne sur le trajet AB. Compte tenu des propriétés de l'onde scalaire, ce chemin optique est relié au retard de l'onde entre A et B

$$c\tau_{AB} = \mathcal{L}_{AB}$$

On admettra dans la suite qu'un **rayon lumineux** (celui de l'optique géométrique) est un trajet AB (à priori courbe) qui correspond à un extremum pour le chemin optique.

En général, le trajet emprunté par le rayon lumineux minimise le chemin optique $\mathcal{L}_{AB}$. C'est le cas dans l'air, dans le vide, ou dans les milieux homogènes. Il existe quelques exemples où le trajet emprunté maximise le chemin optique, c'est par exemple le cas pour un miroir concave.

En conséquence, la propagation de la lumière dans un milieu homogène se fait en ligne droite, ou, de manière équivalente, les rayons lumineux sont des droites dans un milieu homogène.

Remarque : on note aussi le chemin optique $\mathcal{L}_{AB} = (AB)$.

II.2 Déphasage dû au chemin optique

Le déphasage entre deux points A et B pour une onde plane monochromatique émise en O est la différence entre les phases de l'onde lumineuse en A et B

$$s(A,t) = s_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OA} + \varphi_0) \; et \; s(B,t) = s_0 \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OB} + \varphi_0)$$

soit

$$\Phi(A) = \omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OA} + \varphi_0 \; et \; \Phi(B) = \omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OB} + \varphi_0$$

Le déphasage se réduit alors au terme de propagation

$$\Delta\Phi = \Phi(A) - \Phi(B) = \varphi(A) - \varphi(B) = \vec{k}\cdot\overrightarrow{OB} - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OA} = n\frac{2\pi}{\lambda_0}\vec{u}\cdot(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = \vec{k}\cdot(\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA})$$

ce qui permet de le relier au chemin optique

$$\Delta\Phi = \vec{k}\cdot\overrightarrow{AB} = \frac{2\pi}{\lambda_0}\mathcal{L}_{AB} = \frac{2\pi}{\lambda_0}(AB)$$

Cette expression du déphasage est valable pour un milieu homogène d'indice n. Elle relie le déphasage au chemin optique qui peut être obtenu par un raisonnement géométrique. Nous verrons l'importance de ces définitions dans le phénomène d'interférence dans le chapitre suivant.

Ondes lumineuses issues de sources différentes Si les deux sources S_1 et S_2 sont différentes, on admet (voir plus loin) que le déphasage à l'origine φ_0 est lié à la source, et donc que le déphasage entre l'onde lumineuse émise par S_1 et l'onde lumineuse émise par S_2 en M s'écrit

$$\Delta\Phi = (\omega_1 - \omega_2)t + \frac{2\pi}{\lambda_{02}}(S_2M) - \frac{2\pi}{\lambda_{01}}(S_1M) + (\varphi_{01} - \varphi_{02})$$

II.3 Déphasages supplémentaires

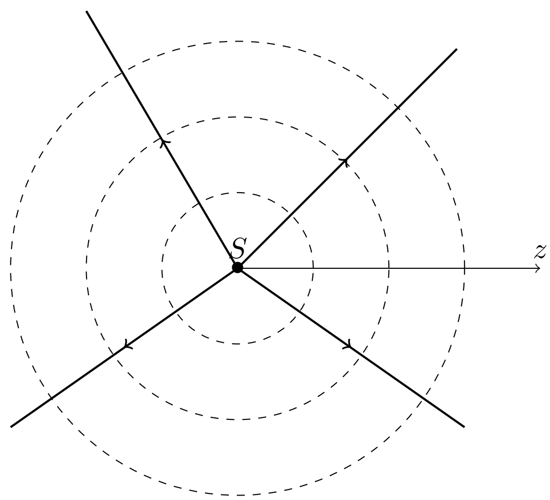
Dans certaines conditions particulières, il faut rajouter un déphasage supplémentaire :
- réflexion sur un milieu plus réfringent (cf cours ondes EM),
- réflexion sur un métal (idem),
- passage par un point de convergence.

II.4 Théorème de Malus

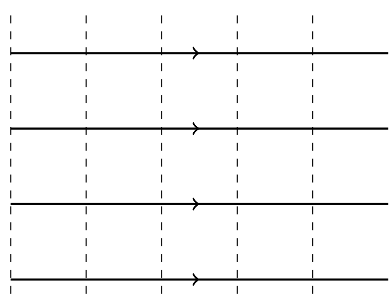
On admet le théorème de Malus :

Les rayons lumineux sont perpendiculaires aux surfaces d'onde.

Exemple : onde sphérique



Exemple : onde plane



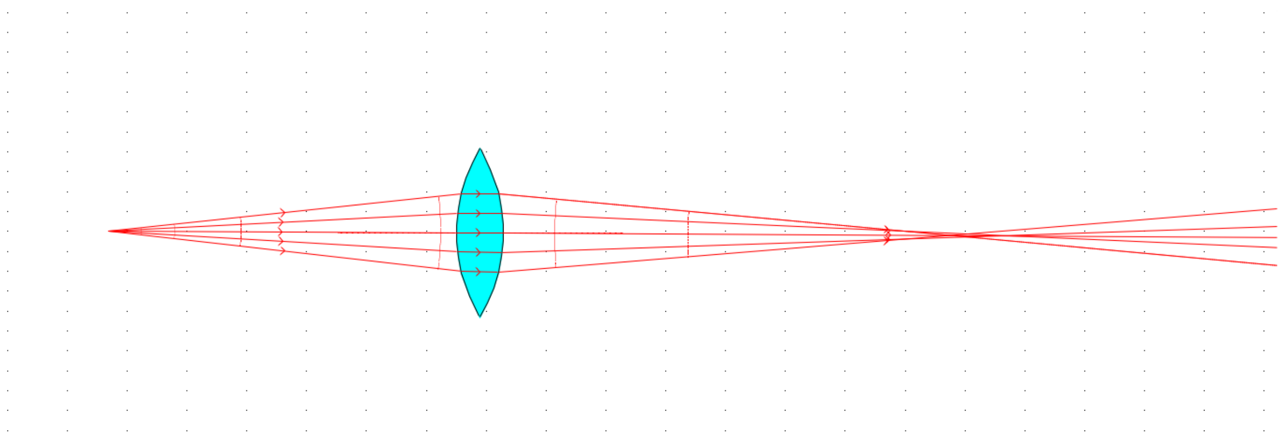
Surface d'onde et chemin optique Dans un milieu homogène d'indice n, les rayons lumineux se propagent en ligne droite. Le chemin optique (AB) est alors simplement

$$(AB) = nAB$$

Les surfaces d'ondes, qui sont des surfaces sur lesquelles la phase est constante, sont donc des surfaces pour lesquelles le chemin optique est le même pour tous les rayons lumineux.

II.5 Optique ondulatoire et formation des images

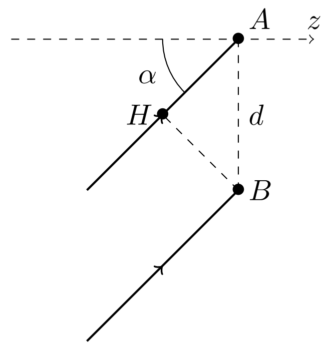
Le théorème de Malus fait le lien entre la description ondulatoire et la description géométrique de l'optique. On s'intéresse à ce qu'implique cette propriété dans le cas d'un système optique. Considérons deux points A et B conjugués par un système optique $\mathcal{S}$, c'est à dire que B est l'image de A par $\mathcal{S}$. Par définition, le point A émet des rayons dans toutes les directions (description géométrique) ou une onde sphérique (description ondulatoire). Symétriquement, le point B est le point de convergence des rayons lumineux issus de $\mathcal{S}$ (géométrique) et le centre d'une onde sphérique convergente (ondulatoire)



Entre deux surfaces d'onde, le chemin optique est le même pour tous les rayons, et pour une onde sphérique dans un milieu homogène, le chemin optique est identique pour tous les rayons issus ou convergeant en un point. Tous les rayons issus de A ont donc subi le même déphasage du à la propagation et ils ne sont donc pas déphasés en arrivant en B. Une autre manière de voir les choses : les chemins optiques parcourus par les différents rayons lumineux entre deux points conjugués par un système optique stigmatique sont égaux.

II.6 Exemple de calcul de déphasage

On imagine deux rayons parallèle issus de la source S située à l'infini et arrivant respectivement en A et B, en se propageant dans le vide



Les points B et H appartiennent à la même surface d'onde, donc le déphasage est le même entre S et B qu'entre S et H. Le déphasage entre A et B est donc simplement lié à la distance supplémentaire parcourue par le rayon arrivant en A, AH. Le chemin optique vaut AH puisque la propagation s'effectue dans le vide. En notant α l'angle entre les rayons et l'horizontale, on a alors $AH = d\sin\alpha$. Le déphasage vaut alors

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(AH) = \frac{2\pi}{\lambda_0}d\sin\alpha$$

III Processus d'émission, éclairement

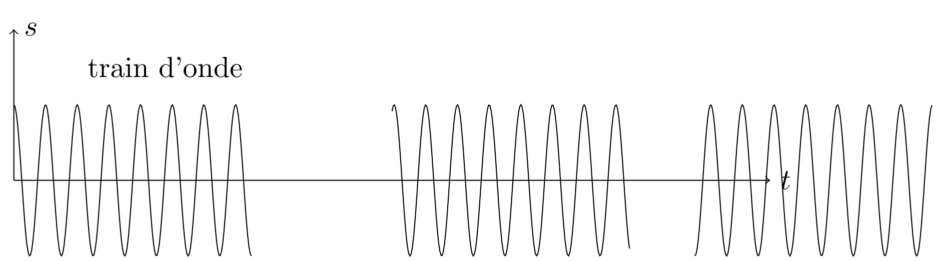
III.1 Émission de lumière

III.1.1 Notion de cohérence temporelle

L'émission de lumière se fait principalement selon deux processus :
- l'émission de type "corps noir" par un objet en général solide, qui produit un rayonnement polychromatique suivant le spectre du corps noir, qui dépend uniquement de la température,
- l'émission de lumière monochromatique, due aux transitions entre niveaux d'énergie atomiques ou moléculaires.

Nous allons dans la suite essentiellement étudier des ondes monochromatiques, seule la deuxième catégorie nous intéresse donc.

Le processus d'émission de lumière monochromatique par un atome est un processus aléatoire, non prédictible (il se produit à un instant donné t_0 indéterminable à l'avance), et circonscrit dans le temps. On peut montrer à l'aide de modèles classiques ou quantiques, que la durée de cette émission, appelée temps caractéristique τ_0 est non nulle. L'émission par une source comportant un grand nombre d'atomes est la superposition des émissions aléatoires des atomes la constituant. On admettra que, compte tenu du grand nombre d'atomes mis en jeu dans les dispositifs expérimentaux, l'émission d'une source peut être décrite par des **trains d'onde** dont la durée τ_c est approximativement égale à τ_0 et est appelée **temps de cohérence**



Pour une source classique de type lampe spectrale, le temps de cohérence est de l'ordre de $10^{-11}\,s$, soit un temps très court mais malgré tout très supérieur à la période de l'onde monochromatique lumineuse. Ce temps de cohérence est plus grand dans le cas d'un LASER.

On retiendra pour la suite la propriété suivante :

L'onde émise par une assemblée d'atomes (ou de molécules) composant une source lumineuse peut être considérée comme monochromatique pendant une durée appelée temps de cohérence, largement supérieure à la période de l'onde lumineuse. Cette propriété est une propriété de **cohérence temporelle**.

Longueur de cohérence temporelle La longueur de cohérence temporelle L_{τ_c} est la distance parcourue par l'onde pendant le temps de cohérence

$$L_{\tau_c} = c\tau_c$$

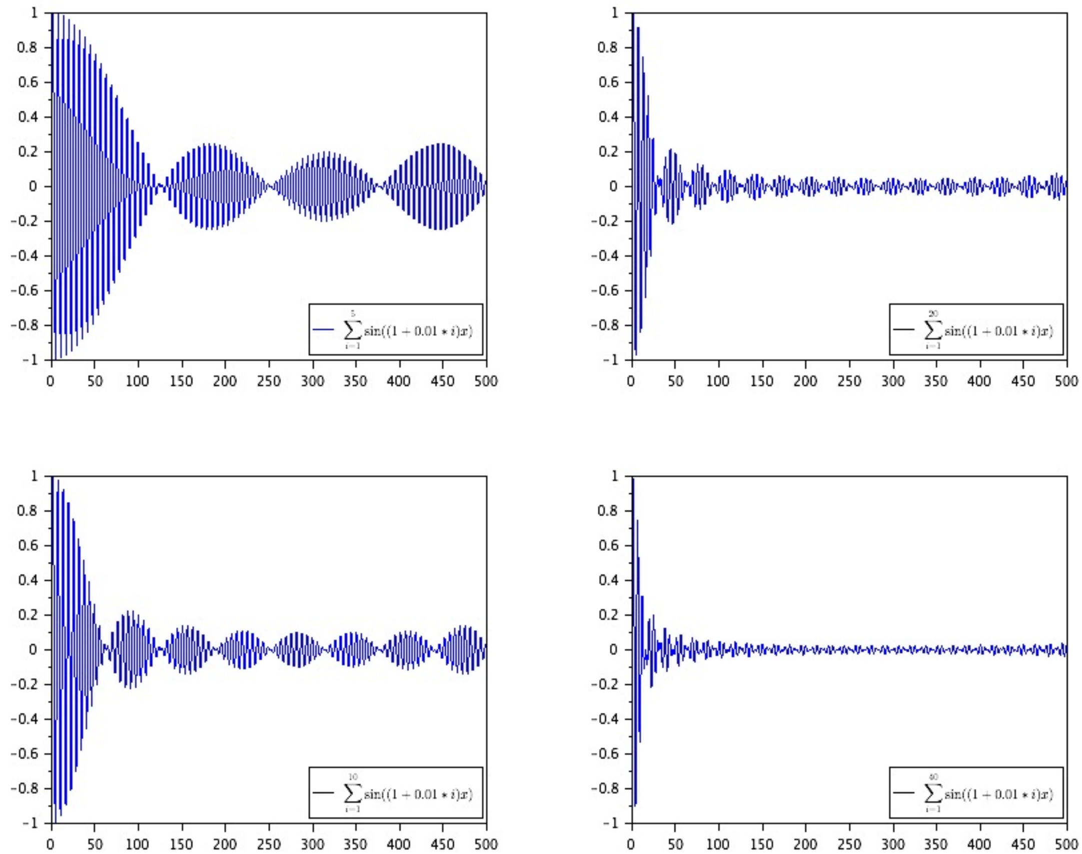
Elle est de l'ordre du millimètre pour les sources classiques comme les lampes à décharge et de l'ordre du mètre pour les LASER.

type de source	longueur de cohérence typique	temps de cohérence typique
source classique	mm	$10^{-11}\,s$
LASER	m	$10^{-8}\,s$

III.1.2 Lien entre la cohérence temporelle et le caractère monochromatique

La cohérence temporelle est reliée au caractère plus ou moins monochromatique de l'émission de lumière. Plus le temps de cohérence est grand, plus le rayonnement est monochromatique. Ces propriétés sont liées entres elles par les propriétés de la transformée de Fourier (hors programme).

De manière qualitative, on peut s'intéresser à ce qui arrive à un signal monochromatique auquel on rajoute des composantes monochromatiques. Ce faisant, au fur et à mesure que l'on rajoute des composantes de plus en plus éloignés en fréquence du signal initial, on constate le phénomène suivant



On constate que plus le spectre en fréquence est étendu (nombre de sinus sommés), plus le signal temporel est court et inversement. Un peu plus précisément, si on double l'étendue du spectre en doublant le nombre de sinus constituant le signal, on constate que la durée du signal est approximativement divisée par deux. On peut exprimer cette constatation de manière quantitative en introduisant la largeur en fréquence du spectre Δf et la durée caractéristique du signal Δt en admettant la relation

$$\Delta f \, \Delta t \simeq 1$$

III.2 Intensité, éclairement lumineux

III.2.1 Intensité lumineuse

L'intensité lumineuse $I(M)$ est, par définition, la puissance par unité de surface de détecteur perpendiculaire à la propagation au voisinage du point M. Comme on l'a évoqué précédemment, les ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques. Il en découle que l'intensité lumineuse est proportionnelle au carré de l'onde lumineuse s (voir chapitre sur la propagation des ondes EM et le vecteur de Poynting)

$$I(M) = Ks^2(M)$$

où K est une constante.

III.2.2 Éclairement

Les ondes lumineuses sont des ondes dont la période est très courte. En particulier, cette période T est très courte devant le temps de réponse τ_D des détecteurs lumineux, dont l'oeil fait partie. Les détecteurs lumineux effectuent donc automatiquement une moyenne temporelle du signal reçu sur une durée caractéristique τ_D. Par définition, **l'éclairement** $\varepsilon(M)$ est la puissance moyenne reçue par unité de surface. On peut donc écrire

$$\varepsilon(M) = \langle I \rangle = \alpha\langle E^2 \rangle = K\langle s^2 \rangle$$

L'intensité lumineuse et l'éclairement sont donc des notions physiques de même nature. L'intensité exprime la puissance véhiculée par l'onde, et l'éclairement mesure l'intensité lumineuse moyennée par le détecteur. Dans le cas des ondes lumineuses, ces deux notions sont donc souvent confondues puisqu'il est expérimentalement impossible d'accéder à l'intensité non moyennée.

III.2.3 Expression de l'éclairement

Pour une une plane monochromatique $s(M,t) = s_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0)$ et donc

$$s^2(M,t) = s_0^2 \cos^2(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r} + \phi_0)$$

La moyenne temporelle d'un $\cos^2$ est égale à 1/2, donc

$$\langle s^2(M,t) \rangle = \frac{s_0^2}{2}$$

On choisit alors la constante $K = 2$ de manière que

$$\varepsilon(M,t) = 2\langle s^2(M,t) \rangle = 2\frac{s_0^2}{2} = s_0^2$$

Dans le cas ou on utilise la notation complexe, on utilise directement la formule suivante

$$\varepsilon(M,t) = 2\mathcal{R}(\frac{1}{2}\underline{s}(M)\underline{s}^*(M)) = \underline{s}(M)\underline{s}^*(M) = |\underline{s}^2(M)|$$