Correction DST optique ondulatoire

Partie I.

I.1.a Le phénomène observé est la diffraction.

I.1.b La formule avec d^2 au dénominateur n'est pas homogène à une longueur. Parmi les deux autres formule proposées, seule

$$R = \kappa \frac{\lambda_0}{N_a} \frac{D}{d}$$

décroit quand le diamètre du trou augmente, conformément aux observations expérimentales.

I.2.a D'après le schéma, $\tan \theta/2 = R/D$ donc

$$\theta = \arctan\left(\frac{2R}{D}\right)$$

I.2.b L'intensité est constante entre z_1 et $-z_1$.

I.2.c Dans le modèle de la diffraction, l'intensité décroit de manière continue de 0 à z_1. Par ailleurs, la courbe montre des rebonds après z_1. Le modèle d'éclairement uniforme n'est donc pas adapté à la description du phénomène physique.

Partie II.

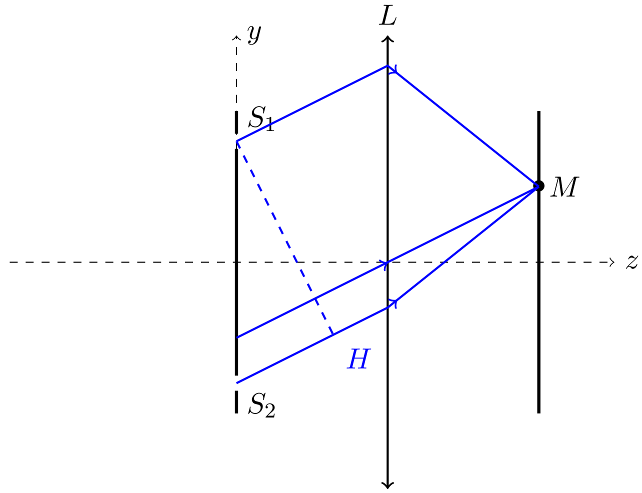
II.1 à II.3 Voir cours.

II.4 Les franges d'intensité maximales se situent à des positions telles que $y = cste$, donc sur des droites horizontales, la frange centrale étant une frange brillante.

II.5 Il faut calculer le rapport entre l'interfrange et $2R$, diamètre de la tache centrale de diffraction :

$$n = \frac{2R}{i} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{N_a b}{\lambda_0 D} = 2 \cdot 10^{-2} \frac{2 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9} \cdot 2} = 40$$

III.



La différence de marche se résume à calculer

$$\delta_{2/1} = N_a(S_2M - S_1M)$$

D'après le théorème de Malus, les points S_1 et H sont en phase, donc $\delta = S_2H$ que l'on calcule dans le triangle rectangle S_1S_2H. L'angle en S_1 vaut α et

$$S_2H = a\sin\alpha \simeq a\alpha$$

Par ailleurs, l'angle α est aussi celui que fait le faisceau parallèle avec l'horizontale, donc

$$\tan\alpha = \frac{y}{f'} \simeq \alpha$$

On trouve donc finalement

$$\delta_{2/1} = N_a\frac{ay}{f'}$$

IV.

IV.1. Le montage après les fentes est identique à celui de la partie III. Avant les fentes, on rajoute une différence de marche due au passage dans les deux cuves δ_c. La longueur parcourue dans chacune des cuves par les rayons lumineux vaut L, puisque le faisceau est parallèle à l'axe optique. On a donc

$$\delta_c = L(N_a - N_1)$$

et finalement

$$\delta_{2/1} = N_a\frac{ay}{f'} + L(N_a - N_1)$$

IV.2. L'éclairement est donné par

$$\varepsilon(M) = 2\varepsilon_0(1+\cos\Delta\varphi) = 2\varepsilon_0\left(1+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(N_a\frac{ay}{f'} + L(N_a - N_1)\right)\right]\right)$$

Les maximums d'éclairement sont tels que

$$\frac{2\pi}{\lambda_0}\left(N_a\frac{ay}{f'}+L(N_a-N_1)\right)=2m\pi$$

donc

$$y_m=(m\lambda_0-L(N_a-N_1))\,\frac{f'N_a}{a}$$

L'interfrange vaut donc

$$i=y_{m+1}-y_m=\lambda_0\frac{f'N_a}{a}$$

IV.3.a

$$p=\frac{\delta_{2/1}}{\lambda_0}$$

A l'état initial, l'ordre d'interférence est donné par (formule avec $N_1=N_a$)

$$p=N_a\frac{ay}{\lambda_0 f'}$$

et est donc nul en $y=0$.

IV.3.b

$$p'=\frac{1}{\lambda_0}\left(N_a\frac{ay}{f'}+L(N_a-N_1)\right)$$

donc

$$p'_0=\frac{L}{\lambda_0}(N_a-N_1)<0$$

L'ordre est donc plus petit en $y=0$ que précédemment. La frange d'ordre 0 est donc remontée.

IV.3.c Le nombre de frange qui a défilé vaut $k=p_0-p'_0=-\frac{L}{\lambda_0}(N_a-N_1)$ donc

$$k=\frac{L}{\lambda_0}(N_1-N_a)$$

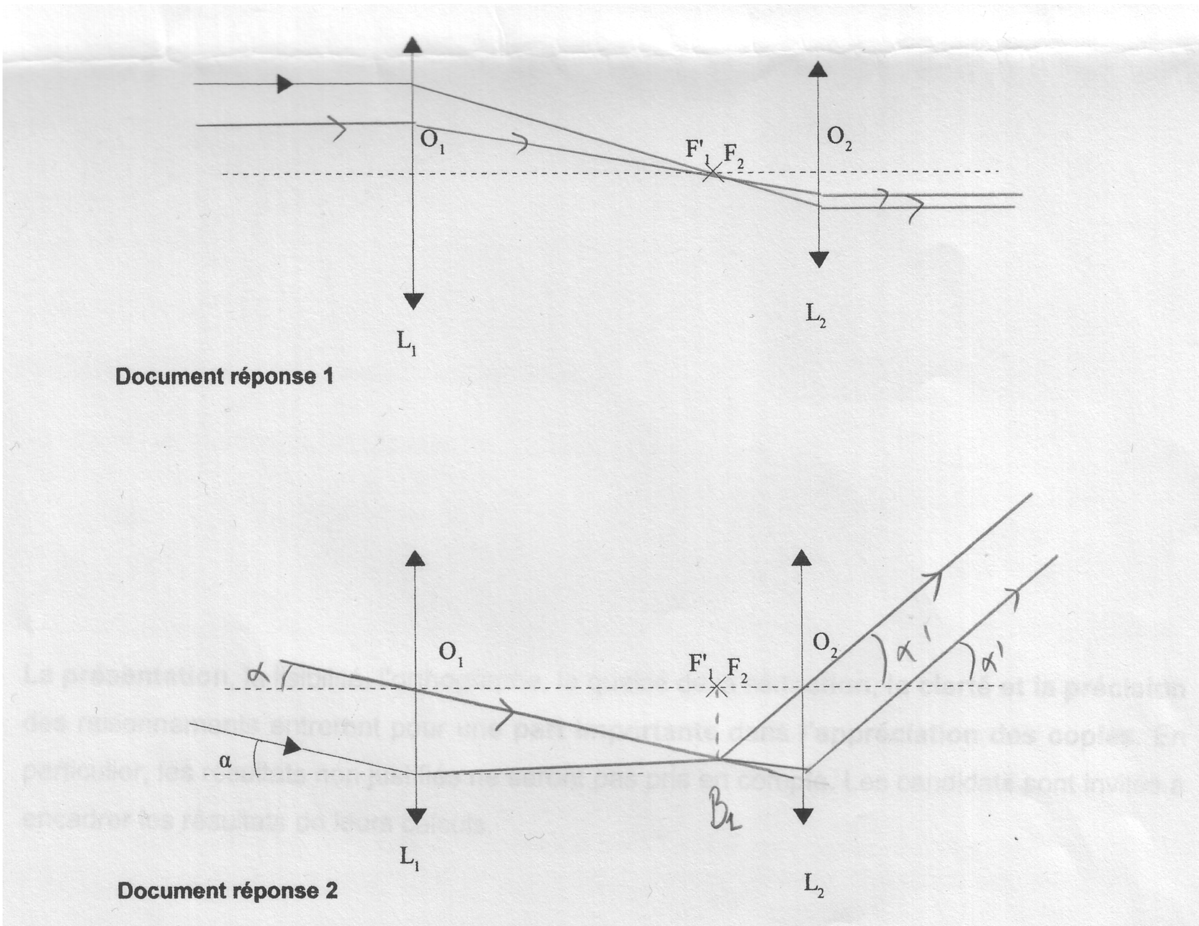
On a alors

$$N_1=k\frac{\lambda_0}{L}+N_a$$

IV.3.d La question est très mal posée. Si on utilise les règles classiques de calcul avec les chiffres significatifs, il faut garder le nombre de chiffres significatifs de la mesure "la moins précise", c'est à dire celle qui à le moins de chiffres significatifs. On prendrait alors 3 chiffres significatifs puisque L, k et λ_0 ont 3 chiffres significatifs. Mais du coup, les deux mesures sont identiques puisque $N_a=1,00$ et $N_1=1,00$, arrondi compris ...

I Partie V

V 1 et 2.



V.3. D'après le schéma, dans les conditions de Gauss (α petit)

$$\tan\alpha \simeq \alpha = \frac{B_1F_1'}{f_1'}$$

et

$$\tan\alpha' \simeq \alpha' = \frac{B_1F_1'}{f_2'}$$

On a donc

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{f_1'}{f_2'}$$

Il faut par contre tenir compte du signe opposés des angles, donc

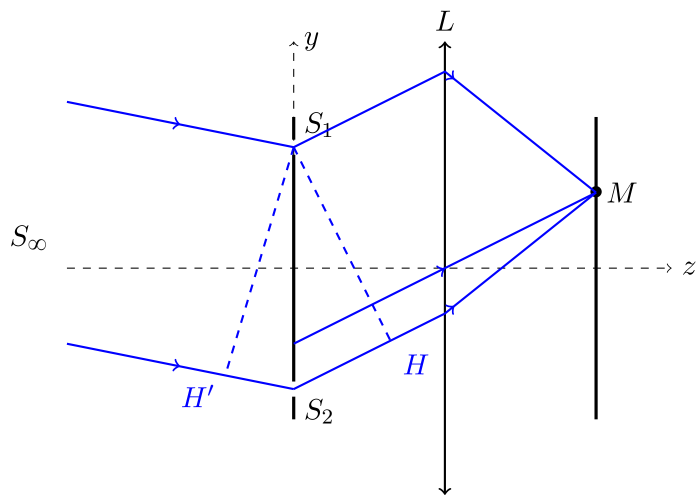
$$G = -\frac{f_1'}{f_2'}$$

V.4. Numériquement $G = -25$.

VI

VI.1.1 Les deux étoiles sont des sources incohérentes. Les éclairements produits par chacune des étoiles vont donc s'additionner et donner un brouillage des franges d'interférences.

VI.1.2 Le schéma est très mal fait et les explications sont obscures, voilà à quoi ça devrait ressembler



Le calcul se résume à deux parties, avant et après les fentes d'Young. Après les fentes (voir partie III)

$$\delta_{ap} = \frac{ex}{f'_1}$$

Avant les fentes, on utilise aussi le théorème de Malus avec le point H', la différence de marche vaut alors

$$\delta_{av} = H'S_2 = e \sin\frac{\varepsilon}{2} \simeq \frac{e\varepsilon}{2}$$

ce qui donne finalement pour l'étoile S_1

$$\delta_1 = \frac{ex}{f'_1} + \frac{e\varepsilon}{2}$$

VI.1.3 L'éclairement est donné par

$$\varepsilon_1(M) = 2I_1(1 + \cos\Delta\varphi) = 2I_1\left(1 + \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f'_1} + \frac{e\varepsilon}{2}\right)\right]\right)$$

VI.1.4 Les maximums d'éclairement sont tels que

$$\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f'_1} + \frac{e\varepsilon}{2}\right) = 2k\pi$$

donc

$$x_k = \left(k\lambda - \frac{e\varepsilon}{2}\right)\frac{f'_1}{e}$$

L'interfrange vaut donc

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda f'_1}{e}$$

VI.1.5 Numériquement $i = 50\,\mu m$.

VI.1.6 S_2 est symétrique, la seule chose qui change est la différence de marche avant les fentes

$$\delta_{av} = H'S_2 = -e\sin\frac{\varepsilon}{2} \simeq -\frac{e\varepsilon}{2}$$

donc

$$\delta_2 = \frac{ex}{f_1'} - \frac{e\varepsilon}{2}$$

L'éclairement est donné par

$$\varepsilon_2(M) = 2I_2\left(1+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f_1'} - \frac{e\varepsilon}{2}\right)\right]\right)$$

donc

$$x_k = \left(k\lambda + \frac{e\varepsilon}{2}\right)\frac{f_1'}{e}$$

et l'interfrange ne change pas

$$i = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda f_1'}{e}$$

VI.1.7

$$\varepsilon_(M) = \varepsilon_1(M) + \varepsilon_2(M) = 2I_1\left(1+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f_1'} + \frac{e\varepsilon}{2}\right)\right]\right) + 2I_2\left(1+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f_1'} - \frac{e\varepsilon}{2}\right)\right]\right)$$

VI.1.8 Il y a à priori, dans le cas général, brouillage plus ou moins important des franges d'interférences en raison de la superposition des franges de deux sources incohérentes. Dans le cas où on observe des interférences, alors l'interfrange est celle calculée pour les deux sources

$$i = \frac{\lambda f_1'}{e}$$

VI.2.1 Si les deux intensités sont identiques $I_1 = I_2 = I_0$

$$\varepsilon(M) = 2I_0\left(1+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f_1'} + \frac{e\varepsilon}{2}\right)\right]\right) + 2I_0\left(1+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f_1'} - \frac{e\varepsilon}{2}\right)\right]\right)$$

peut se factoriser

$$\varepsilon(M) = 2I_0\left(2+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f_1'} + \frac{e\varepsilon}{2}\right)\right] + \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{ex}{f_1'} - \frac{e\varepsilon}{2}\right)\right]\right)$$

On utilise les formules trigo $\cos(a+b) = \cos a\cos b - \sin a\sin b$ et $\cos(a-b) = \cos a\cos b + \sin a\sin b$ pour obtenir $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos a\cos b$ ce qui donne

$$\varepsilon(M) = 4I_0\left(1+\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ex}{f_1'}\right]\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}e\varepsilon\right]\right)$$

L'éclairement maximal local correspond au max du cos qui varie rapidement $\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ex}{f_1'}\right]$ donc

$$\varepsilon_{max} = 4I_0\left(1+\left|\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}e\varepsilon\right]\right|\right)$$

où l'on a pris la valeur absolue du deuxième cos pour assurer que l'on a bien un maximum.
L'éclairement minimal local correspond au min du cos qui varie rapidement $\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda}\frac{ex}{f_1'}\right]$ donc

$$\varepsilon_{min} = 4I_0\left(1 - \left|\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}e\varepsilon\right]\right|\right)$$

où l'on a pris la valeur absolue du deuxième cos pour assurer que l'on a bien un minimum.

VI.2.2 Le contraste vaut par définition

$$C = \frac{\varepsilon_{max} - \varepsilon_{min}}{\varepsilon_{max} + \varepsilon_{min}} = \left|\cos\left[\frac{\pi}{\lambda}e\varepsilon\right]\right|$$

Il y a brouillage lorsque le contraste s'annule, c'est à dire pour

$$\frac{\pi}{\lambda}e\varepsilon = (2k+1)\frac{\pi}{2}$$

ce qui donne

$$e_k = \left(k + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{\varepsilon}$$

VI.2.3 Numériquement, la première annulation de contraste se produit pour $\varepsilon = 4.2 \cdot 10^{-6}\,rad$.

Remarque sur la fin de la partie VI Compte tenu des changements de programme, en particulier le traitement semi qualitatif de la cohérence spatiale en cours, il des chances pour que cette partie :
- soit un peu mieux rédigée au niveau de l'énoncé,
- fasse intervenir le critère $\Delta p \leqslant 1/2$ d'une manière ou d'une autre, plutôt que des calculs d'éclairement et d'annulation de contraste, pour l'étude de la cohérence spatiale.